CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA - 15 FEBRUARIE 2025
CLASA a IX-a

H2 **Filiera Teoretică: Profilul Real – Specializarea Științe ale naturii**

1. a) (3p) Arătaţi că $[x]+[-x]=0$ dacă și numai dacă $x \in \mathbb{Z}$.

b) (4p) Rezolvaţi ecuaţia $\left[\frac{2x}{x+1}\right]+\left[\frac{2}{x+1}\right]=2$.

2. (7p) Demonstraţi că expresia $\dfrac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+...+\frac{1}{2^n}}{1+2+2^2+...+2^n}:\dfrac{1}{2^n}+\dfrac{1+3+3^2+...+3^m}{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+...+\frac{1}{3^m}}:3^m$ este constantă ,adică nu depinde de numerele naturale nenule n și m.

3.a) (3p) Dacă $a,b>0$ cu $ab=1$, demonstraţi că $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}=1$.

b) (4p) Dacă $a,b>0$ cu $ab=1$, demonstraţi că $\frac{1}{a^2+3}+\frac{1}{b^2+3}\le 1$.

4.a) (3p) Se consideră triunghiul ABC .Demonstrați că punctul M este mijlocul segmentului $[BC]$ dacă și numai dacă $2\cdot\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

b) (4p) Fie triunghiul ABC și punctele $M\in(BC), E\in(BM), F\in(MC)$ cu $BE=FC$. Demonstrați că punctul M este mijlocul segmentului $[BC]$ dacă și numai dacă $4\cdot\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}$.

Notă:
1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.
3. Timp de lucru 3 ore.