

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA - 15 FEBRUARIE 2025
CLASA a IX-a

H1

Filiera tehnologică, toate profilurile și specializările

1. Se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ cu $x_1 = 2$ și $x_{n+1} = x_n + 1 + \sqrt{4x_n + 1}$.
- a) (2p) Calculați x_2 și x_3 .
- b) (2p) Demonstrați, utilizând eventual metoda inducției matematice, că $x_n = n(n+1)$.
- c) (3p) Să se determine numărul natural nenul n știind că
- $$\left[\frac{2x_2}{x_1 + x_2} \right] + \left[\frac{2x_3}{x_2 + x_3} \right] + \dots + \left[\frac{2x_{n+1}}{x_n + x_{n+1}} \right] = 2025, \text{ unde } [x] \text{ reprezintă partea întreagă a lui } x.$$
2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuațiile:
- a) (2p) $\sqrt{9x^2 - 18x + 9} + 4(|1 - x| + 1) = 25$.
- b) (3p) $\left[\frac{3x+5}{4} \right] = \frac{6x-7}{5}$.
- c) (2p) $[x] + \frac{1}{[x]} = \{x\} + \frac{1}{\{x\}}$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui x și $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a lui x .
3. „Să informăm cetățenii” este un centru de informare foarte activ pe rețelele sociale. Cu câteva zile în urmă a publicat o postare distribuită de 28 persoane; în fiecare din zilele următoare au existat cu 12 distribuiri mai multe decât în ziua precedentă.
- a) (2p) Câte persoane vor distribui postarea în primele șapte zile?
- b) (5p) Membrii centrului observă că după a 20-a zi numărul distribuțiilor scade, în fiecare zi numărul distribuțiilor este jumătate din numărul celor din ziua precedentă. Aflați câte distribuiri au fost în total, știind că în ultima zi a fost distribuită postarea o singură dată.
4. Fie ABCD un patrulater convex. Considerăm punctele M, N, P, Q, T astfel încât
- $$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DP} = \overrightarrow{PC}, \overrightarrow{AQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} \text{ și } \overrightarrow{NT} = \overrightarrow{TQ}.$$
- a) (3p) Demonstrați că $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.
- b) (4p) Arătați că punctele M, T, P sunt coliniare.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.

2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.

3. Timp de lucru 3 ore.