CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ

„*ADOLF HAIMOVICI*”

ETAPA LOCALĂ

SUCEAVA - 15 FEBRUARIE 2025

CLASA a XI-a

H1 **Filiera tehnologică, toate profilurile și specializările**

1. **a) (3p)** Fie matricea $A \in M_3(\mathbb{R})$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Determinați A^n, $n \in \mathbb{N}^*$.

b) **(1p)** Considerând determinantul $D(x,y) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x-1 & 0 & y-1 \\ x^2+1 & 2 & y^2+1 \end{vmatrix}$, $x, y \in R$, arătați că $D(x,y) = (x-1)(y-1)(x-y)$, $(\forall) x, y \in R$.

c) **(3p)** Calculați $D(0,1) \cdot D(1,2) \cdot D(2,3)$, apoi rezolvați ecuația $D\left(3^{x-1}, 2^{1-x}\right) = 0$.

2. **(7p)** Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{-2\} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{ax^2+bx}{x+2}$ să admită asimptotă oblică spre ” $+\infty$” dreapta de ecuație $y = -x + 3$.

3. Se dă funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-a}{x}, & pentru\ x > 0 \\ \frac{b-\sqrt{4-2x}}{x}, & pentru\ x < 0 \\ c, & pentru\ x = 0 \end{cases}$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$.

a) **(3p)** Determinați a, b astfel încât limitele laterale ale funcției în $x_0 = 0$ să fie finite.

b) **(4p)** Determinați a, b, c astfel încât funcția să fie continuă pe $\mathbb{R}$.

4. **(7p)** Fie matricele $A = \begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & c & 0 \\ d & 0 & e \end{pmatrix}$, a, b, c fiind numere naturale. Câte astfel de matrice au proprietatea că atât suma elementelor de pe diagonala principală, cât și suma elementelor de pe diagonala secundară, este egală cu 7?

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.
3. Timp de lucru 3 ore.